

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ПАССАЖИРСКОГО ЛИФТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КОМФОРТНОСТИ ПЕРЕВОЗОК

Лызлов С.С.<sup>1</sup>, Уваров С.С.<sup>1</sup>, Катина М.В.<sup>1</sup>, Орлова Д.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет транспорта

<sup>2</sup> Акционерное общество «Компас»

**Аннотация:** в статье проведена формализация процесса движения кабины лифта для частного случая в здании с одним лифтом, которая может быть использована при создании алгоритмов управления группой лифтов для высотных зданий. Разработана математическая модель, приведены результаты расчетов и имитационного моделирования времени ожидания кабины лифта. Получены вероятностные характеристики, позволяющие оценить степень комфортности обслуживания пассажиров.

**Ключевые слова:** системы вертикального транспорта, математическая модель движения кабины лифта, результаты имитационного моделирования, вероятностные характеристики.

© Лызлов С.С., Уваров С.С., Катина М.В., Орлова Д.И.

Поступила 21.04.2024, одобрена после рецензирования 15.05.2024, принята к публикации 15.05.2024.

Для цитирования:

Лызлов С.С., Уваров С.С., Катина М.В., Орлова Д.И. Математическая модель работы пассажирского лифта для определения показателей комфортности перевозок // Логистика и управление цепями поставок. - 2024. - Т. 21, №1 (110). - С. 36–51.

Лызлов С.С., к.т.н., доцент кафедры «Управление и защита информации» РУТ (МИИТ), postmain@mail.ru.

Уваров С.С., к.т.н., доцент кафедры «Управление и защита информации» РУТ (МИИТ), uvarovss@yandex.ru.

Катина М.В., старший преподаватель кафедры «Управление и защита информации» РУТ (МИИТ), fetida01@gmail.com.

Орлова Д.И., программист, акционерное общество «Компас», orlova.daria@mail.ru.

## Введение

По данным<sup>1</sup>, ежедневно в Москве системы вертикального транспорта перевозят около 15 миллионов человек. Кроме этого интенсивно идет программа реновации, при которой происходит снос малоэтажного жилого фонда и строительство домов высокой этажности с современными системами вертикального транспорта. Поэтому вопросы, связанные с совершенствованием систем вертикального транспорта являются актуальными.

Первой работой, посвященной аналитическому расчету времени ожидания городского транспорта, является многотомный труд А.Х. Зильберталя [1]. Дальнейшее развитие идей А.Х. Зильберталя отражены в ряде работ [2, 3, 4].

Данная статья посвящена вопросу создания математической модели движения кабины лифта, проведению расчетов и имитационному моделированию для определения времени ожидания кабины лифта. При решении поставленной задачи необходимо учитывать специфику работы вертикального транспорта, которая заключается в том, что городской пассажирский транспорт движется по расписанию, а лифты по вызовам.

Современные системы управления вертикальным транспортом являются двухуровневыми микропроцессорными системами. Центральный процессор находится в машинном отделении, а процессоры второго уровня управления расположены в кабинах лифтов. Для обмена информацией между этими процессорами организованы каналы связи. Такая структура системы управления позволяет реа-

лизовать сложные алгоритмы управления системой вертикального транспорта, обеспечивающие комфортность перевозок пассажиров.

Алгоритмы зависят от схем организации управления вертикальным транспортом. Для высотных зданий существуют следующие схемы:

- объединение лифтов в группы, каждая из которых обслуживает определенные этажи, при этом все лифты останавливаются на общем основном посадочном этаже.

- объединение лифтов в группы, каждая из которых обслуживает определенные этажи и имеет свой собственный посадочный (пересадочный) этаж, который соединяется с основным посадочным этажом посредством специальных скоростных лифтов.

Существует большое количество алгоритмов управления движением лифта или группы лифтов, каждый из которых обладает положительными и слабыми сторонами которые проявляются в разных условиях в зависимости от типа здания и пассажиропотока.

Прежде чем рассчитывать и моделировать работу группы лифтов с различными схемами организации вертикального транспорта рассмотрим работу одного лифта.

Формализация процесса движения кабины лифта.

Проведем формализацию процесса управления кабиной лифта, для 3-х этажного здания с одним лифтом. В этом случае схема организации вертикального транспорта можно представить ориентированным графом (рисунок 1).

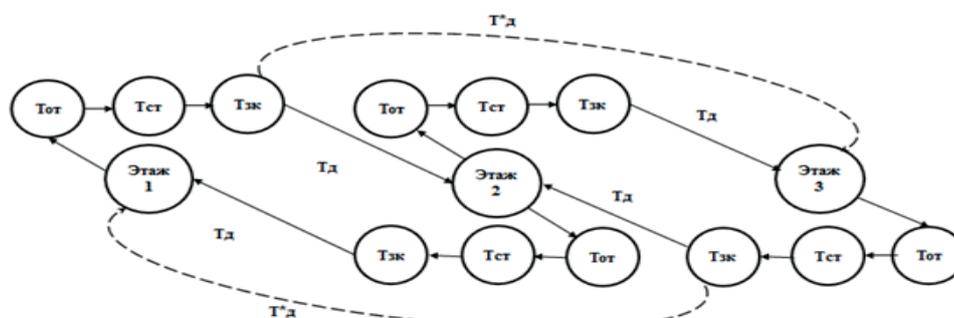


Рисунок 1. Схема организации вертикального транспорта трехэтажного здания

<sup>1</sup> Российская газета: [сайт] «Цифровизация делает лифты более безопасными и комфортными» Спецвыпуск: События года №293(8347) – URL: <https://rg.ru/> . Текст: электронный.

Остановившись на первом этаже, кабина лифта выполняет следующие команды системы управления:

- открытие двери, время на выполнение этой команды -  $T_{от}$ ;
- нормативное время стоянки на этаже с открытой дверью -  $T_{ст}$ ;
- закрытие двери с временем выполнения этой команды –  $T_{зк}$ .

Далее кабина лифта начинает движение вверх до следующих этажей, до второго или до третьего или до второго и третьего. Ребра графа соответствуют времени движения между этажами  $T_{д}$ .

Кабина лифта может двигаться на третий этаж без остановки на втором, что отмечено пунктирной линией на рисунке 1, в этом случае  $T^*_{д} > T_{д}$ .

Время открытия  $T_{от}$  и закрытия  $T_{зк}$  двери кабины лифта рассматриваются как параметры, имеющие постоянные значения, определяемые настройками системы управления движением кабины лифта, в частном случае эти временные интервалы могут быть не равны между собой. Время движения кабины между соседними этажами  $T_{д}$  является параметром, имеющим постоянное значение, определяемое скоростью движения лифта и расстоянием между соседними этажами.

В модели рассмотрен односторонний сибирательный алгоритм управления, при кото-

ром, двигаясь вверх, кабина лифта не останавливается на тех этажах, на которых нажата кнопка вызова. При движении вниз, кабина лифта останавливается на этажах с нажатой кнопкой вызова. При таком алгоритме на этажах одна кнопка вызова лифта, не несущая информации о желаемом направлении движения, вверх или вниз.

Вместимость кабины лифта и её грузоподъемность в модели не учитываются.

В нормативных документах<sup>2,3</sup>, используемых при проектировании систем вертикального транспорта, используются такие определения как:

Круговой рейс – путь, проходимый кабиной лифта, от основной посадочной площадки до возвращения на этот же этаж. Как правило, основной посадочной площадкой является первый этаж;

Время кругового рейса - время, затрачиваемое кабиной на совершение кругового рейса с учетом затрат времени, связанных с движением и остановками лифта, открыванием и закрыванием дверей, входом и выходом пассажиров;

Для разработки математической модели необходимо рассмотреть траекторию движения кабины лифта в зависимости от команд системы управления.



Рисунок 2. Зависимость скорости движения кабины лифта от команд системы управления

<sup>1</sup> ГОСТ 34758-2021. Лифты. Определение числа, параметров и размеров лифтов для зданий различного назначения: межгосударственный стандарт: издание официальное: утвержден Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 24 августа 2021 г. № 798-ст : введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 января 3031г. - Москва : Российский институт стандартизации 2021, - Текст : непосредственный.

<sup>2</sup> Пособие по проектированию общественных зданий и сооружений (с СНиП 2.08.02-85) / ЦНИИЭП учебных зданий. – М. Стройиздат, 1988. – 56 с.

Таким образом, система управления формирует следующие основные команды управления:

- 1) Открытие дверей –Тот.
- 2) Стоянка на этаже с открытой дверью – Тст.
- 3) Закрытие двери - Тзк.
- 4) В начале движения разгон с ускорением - Тд1.
- 5) Движение с постоянной скоростью – Тд2.
- 6) Торможение с прицельной остановкой на этаже – Тд3.

Если в кабине лифта есть две кнопки- задержки закрытия двери кабины лифта и ускоренного закрытия, то пассажиры могут влиять на время стоянки кабины лифта на этаже.

Общее время движения кабины лифта между соседними этажами с остановками

определяется как  $T_d = T_{d1} + T_{d2} + T_{d3}$  однако, если остановок нет, то  $T_d^* = T_{d1} + nT_{d2} + T_{d3}$ , где n – количество этажей движения кабины без остановок 2,3,4...N, а N – общее количество этажей в здании.

Каждый круговой рейс состоит из различных маршрутов, каждый из которых формируется из приказов пассажиров, путем нажатия соответствующих кнопок в кабине лифта и вызовов, формируемых на лифтовых площадках. Каждый пассажир или группа пассажиров, формируют свой маршрут путем нажатия одной из нескольких кнопок в кабине лифта или кнопки на лифтовой площадке для спуска на первый этаж. В таблице 1 приведены возможные варианты маршрутов движения кабины лифта.

Таблица 1

Примеры вариантов маршрутов, которые могут быть в круговом рейсе движения кабины лифта

Номера этажей	Кнопки приказов в кабине лифта		Кнопки вызова на этажах		Кнопки приказов в кабине лифта		Кнопки вызова на этажах		Кнопки приказов в кабине лифта		Кнопки вызова на этажах				
	Вариант 1				Вариант 2				Вариант 3						
	N	N-1	3	2	1	N	N-1	3	2	1	N	N-1	3	2	1
N	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
N-1	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

В первом варианте пассажирам с первого этаж необходимо подняться на N-1 и N этажи, пассажирам на N-1 и 3 этажах необходимо спуститься на первый этаж. При выполнении этого маршрута, при движении кабины лифта вверх, остановки на третьем этаже нет. Совершив остановку на N-1 этаже, пассажиры выходят из кабины, и кабина лифта поднимается на N этаж. Далее, двигаясь вниз, кабина лифта останавливается на N-1 этаже, затем останавливается на 3 этаже и продолжает движение вниз до первого этажа.

Во втором варианте пассажирам необходимо подняться на 3 и N-1 этажи, а пассажиру

на N этаже необходимо спуститься на первый этаж. Высадив пассажиров на N-1 этаже, пустая кабина лифта движется вверх к N этажу, пассажир на N этаже нажимает кнопку в лифте первого этажа и без остановок следует к первому этажу.

В третьем варианте пассажирам необходимо подняться на 3 и N-1 этажи, а пассажирам с N-1 и 2 этажей необходимо спуститься на первый этаж.

Рассмотрим сколько маршрутов, может входить в круговой рейс для трехэтажного здания. В этом случае в распоряжении пассажиров существует 4 кнопки. Две кнопки у пас-

сажиров в кабине лифта, желающих подняться на второй и (или) третьей этажи и две кнопки у пассажиров, вызывающих лифт с лифтовой площадки для того что бы спуститься на первый этаж. Следовательно, может быть сформирован четырехразрядный двоичный код, в котором два разряда отвечают за подъем пассажиров, а другие два разряда соответствуют спуску пассажиров на первый этаж. Из этого следует, что число возможных маршрутов в круговом рейсе будет равно  $2^4 - 1 = 15$ .

В таблице 2 приведены все возможные маршруты в круговом рейсе. В колонках X2 и X3 соответствуют кнопкам в кабине лифта для

того что бы подняться на второй и (или) третий этажи, а в колонках Y3 и Y2 соответствуют кнопкам на лифтовых площадках, что бы вызвать кабину лифта и спуститься с третьего и (или) второго этажей на первый этаж.

Пятнадцать маршрутов объединены в пять групп. В первой группе осуществляется только подъем пассажиров, а спуска пассажиров нет. Во второй группе осуществляется подъем пустой кабины лифта на соответствующий этаж, а затем спуск кабины с пассажирами на первый этаж. В других группах осуществляется как подъем пассажиров, так и их спуск.

Таблица 2

Маршруты, входящие в круговой рейс движения кабины лифта

Номер группы маршрутов	Номер маршрута	X2	X3	Y3	Y2
1	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	1	1	0	0
2	4	0	0	1	0
	5	0	0	0	1
	6	0	0	1	1
3	7	1	0	1	0
	8	1	0	0	1
	9	1	0	1	1
4	10	0	1	1	0
	11	0	1	0	1
	12	0	1	1	1
5	13	1	1	1	0
	14	1	1	0	1
	15	1	1	1	1

На рисунке 3 представлены временные диаграммы движения кабины лифта для всех возможных маршрутов, входящих в круговой рейс.

Маршрут 1 – подъем только на второй этаж. В этом случае количество команд управления равно 9. Три команды на каждую стоянку кабины лифта (открытие двери, стоянка с открытой дверью, закрытие двери). Три команды на процесс движения кабина лифта вверх (ускорение, движение с постоянной скоростью, торможение).

Маршрут 2 – подъем только на третий этаж. В этом случае количество команд управления равно 10, поскольку при подъеме нет остановки на втором этаже, а есть движение кабины лифта с постоянной скоростью между вторым и третьим этажами.

Необходимо отметить, что при имитационном моделировании маршруты 1, 2, и 3 не рассматриваются, поскольку они не обеспечивают завершение кругового рейса.

Маршруты 4, 5 и 6 соответствуют подъему пустой кабины лифта, и только спуск на

первый этаж. Поскольку лифт стоит на первом этаже с закрытой дверью, то команд отходящих к стоянке на первом этаже нет,

кабина лифта начинает движение вверх сразу после нажатия кнопки вызова на лифтовой площадке.

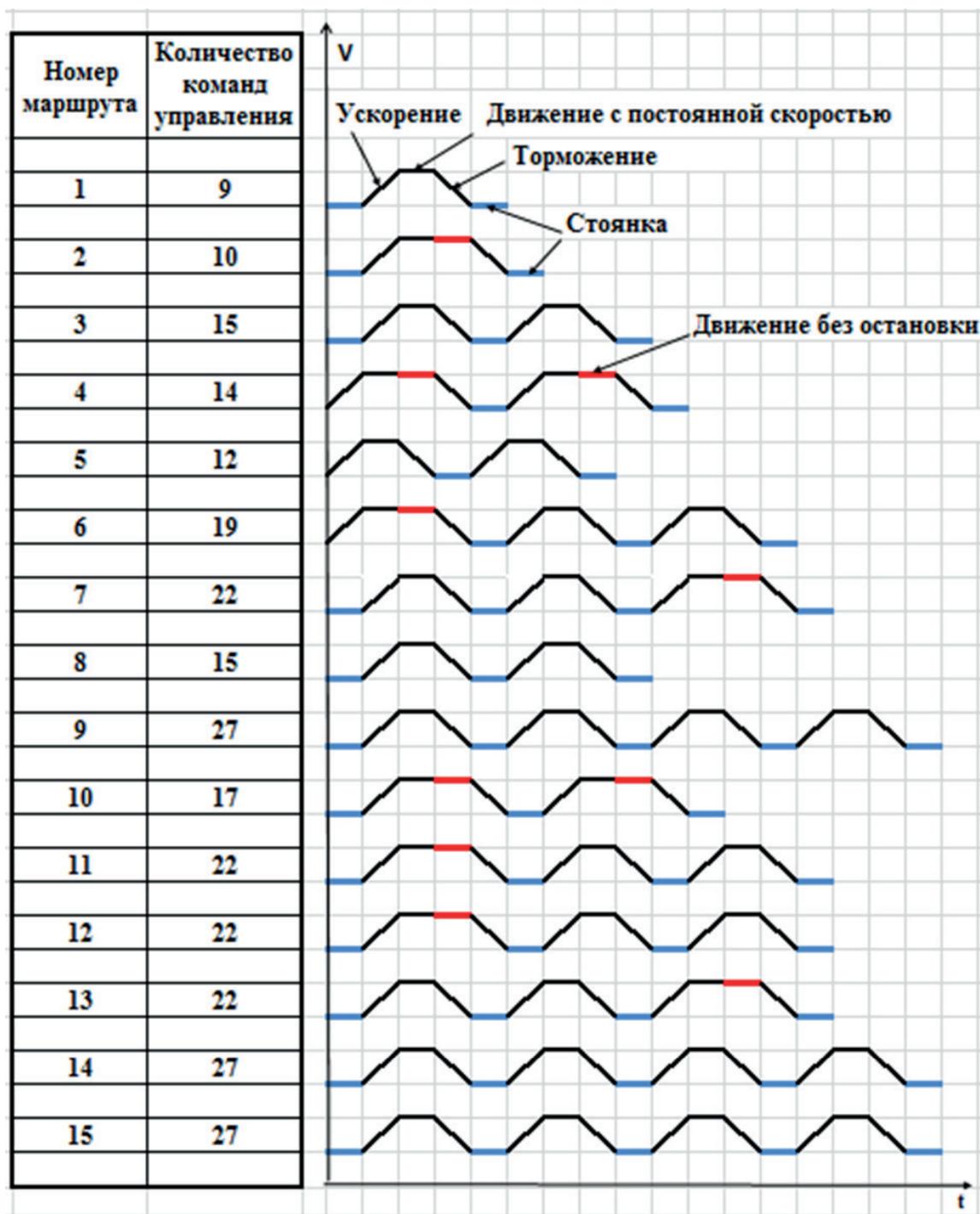


Рисунок 3. Временные диаграммы движения кабины лифта всех возможных маршрутов, входящих в круговой рейс

В таблице 3 приведены маршруты в соответствии с комбинациями приказных кнопок в кабине лифта и кнопок вызова на лифтовой площадке.

Маршруты 9, 14 и 15 содержат одинаковое наибольшее количество команд системы

управления, но они отличаются друг от друга по последовательности выполнения команд управления.

В маршруте 9 кабина лифта доставит пассажиров с первого этажа на второй, затем поднимется на третий этаж, заберет пассажиров

с третьего этажа, далее спустится на второй этаж, заберет пассажиров со второго этажа и спустит их на первый этаж.

На маршруте 14 кабина лифта доставит пассажиров с первого этажа на второй и тре-

тий этажи, затем пустая кабина спустится на второй этаж, заберет пассажиров со второго этажа и спустит их на первый этаж.

Таблица 3

Этажи подъема и спуска кабины лифта для соответствующих маршрутов

Номер маршрута	Этаж подъёма	Этаж спуска	Количество команд управления
1	2	нет	9
2	3	нет	10
3	2, 3	нет	15
4	нет	3	14
5	нет	2	12
6	нет	3, 2	19
7	2	3	22
8	2	2	15
9	2	3, 2	27
10	3	3	17
11	3	2	22
12	3	3,2	22
13	2, 3	3	22
14	2, 3	2	27
15	2, 3	3,2	27

Таблица 4

Группировка маршрутов по количеству команд управления в маршруте движения кабины лифта

Номер маршрута движения кабины лифта	Расчетная формула	Количество команд управления	Вероятность маршрута	Время маршрута сек.
1	2	3	4	5
5	$2T_{ост} + 2T_{д}$	12	0,083333333	40
4	$2T_{ост} + 2T_{д} + 2T_{д2}$	14	0,083333333	46
8	$3T_{ост} + 2T_{д}$	15	0,083333333	48
10	$3T_{ост} + 2T_{д} + 2T_{д2}$	17	0,083333333	60
6	$3T_{ост} + 3T_{д} + T_{д2}$	19	0,083333333	63
7, 11, 12, 13	$4T_{ост} + 3T_{д} + T_{д2}$	22	0,333333333	77
9, 14, 15	$5T_{ост} + 4T_{д}$	27	0,25	94

Во второй колонке таблицы 3 приведены формулы для расчета количества команд управления в маршруте, где  $T_{ост} = T_{от} + T_{ст} + T_{зк}$  (рисунок 2) содержит три команды – открыть дверь, стоять с открытой дверью, закрыть дверь,  $T_{д} = T_{д1} + T_{д2} + T_{д3}$  содержит три команды – движение с ускорением, движение с постоянной скоростью, торможение для остановки на этаже,  $T_{д2}$  – движение между этажами без остановок.

Для случая равновероятных комбинаций нажатых кнопок в кабине лифта и на площадках для вызова лифта, в колонке 4 таблицы 4 приведены вероятности маршрутов движения кабины лифта.

В колонке 5 таблицы 4 приведены результаты расчета времени выполнения каждого маршрута, на основании полученных данных в результате хронометража времени выполнения команд управления кабиной лифта,  $T_{ост} = 14$  с.,  $T_{д1} = 1$  с.,  $T_{д2} = 3$  с.,  $T_{д3} = 2$  с.

Модель учитывает что, если в кабине лифта есть две кнопки, которые позволяют

пассажирам удлинять или укорачивать время стоянки за счет задержки закрытия дверей или преждевременного их закрытия.

Для проверки адекватности математической модели было проведено имитационное моделирование количества команд в маршрутах движения кабины лифта.

В начале цикла моделирования, случайным образом по равномерному закону формируется четырехразрядный двоичный код в соответствии с таблицей 2, далее вычисляется количество команд в маршруте по формулам колонки 2 таблицы 4. Объем выборки моделирования составил более двухсот тысяч циклов. Большее количество циклов не потребовалось, поскольку после первой сотни тысяч циклов адекватность математической модели была очевидна.

На рисунке 4 приведены результаты имитационного моделирования и результаты расчетов в соответствии с данными колонки 3 таблицы 4.

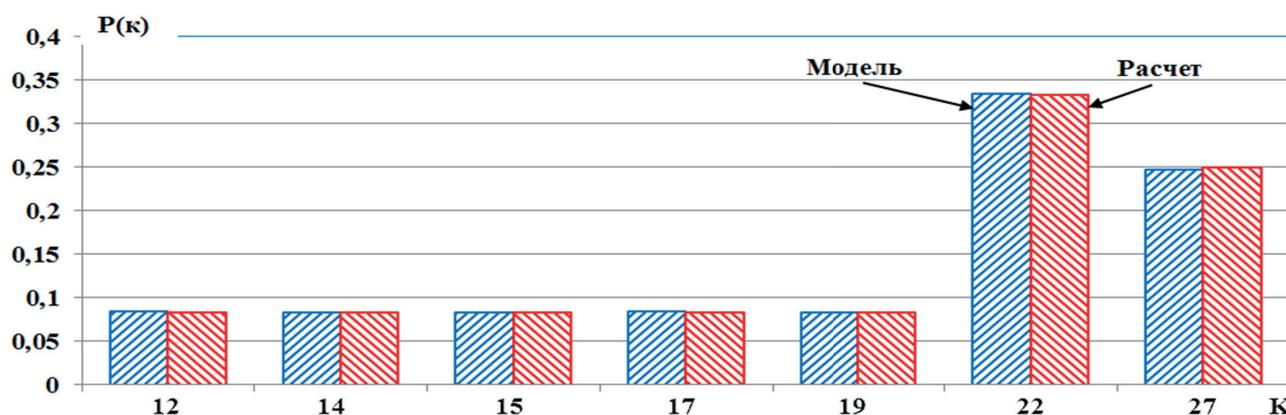


Рисунок 4 Результаты имитационного моделирования и расчетов количества команд управления движением кабины лифта в маршрутах, входящих в круговой рейс

Рисунок 4 соответствует многоугольникам распределения случайной дискретной величины  $K$  - количества команд управления движением кабиной лифта, полученных в результате расчетов и имитационного моделирования.

Одним из важных показателей комфортности перевозок пассажиров является время ожидания кабины лифта. Начальным условием для каждого цикла моделирования является то, что лифт стоит на первом этаже с закрытой дверью. В этом случае время ожидания тож

определяется как временной отрезок между моментом нажатия кнопки вызова лифта на первом этаже и моментом открытия двери кабины лифта.

Поскольку время выполнения предыдущего кругового рейса является случайной величиной и момент нажатия кнопки вызова лифта тоже случайная величина, распределенная по равномерному закону, то и время ожидания является случайной величиной. Эти случайные величины являются независимыми.

На рисунке 5 представлена диаграмма отрезков времени маршрутов, входящих в круговой рейс. Таких временных интервалов семь (таблица 4). Маршруты 9, 14 и 15 сгруппи-

рованы по количеству команд управления и вероятность появления любого маршрута из этой группы равна 0,333...

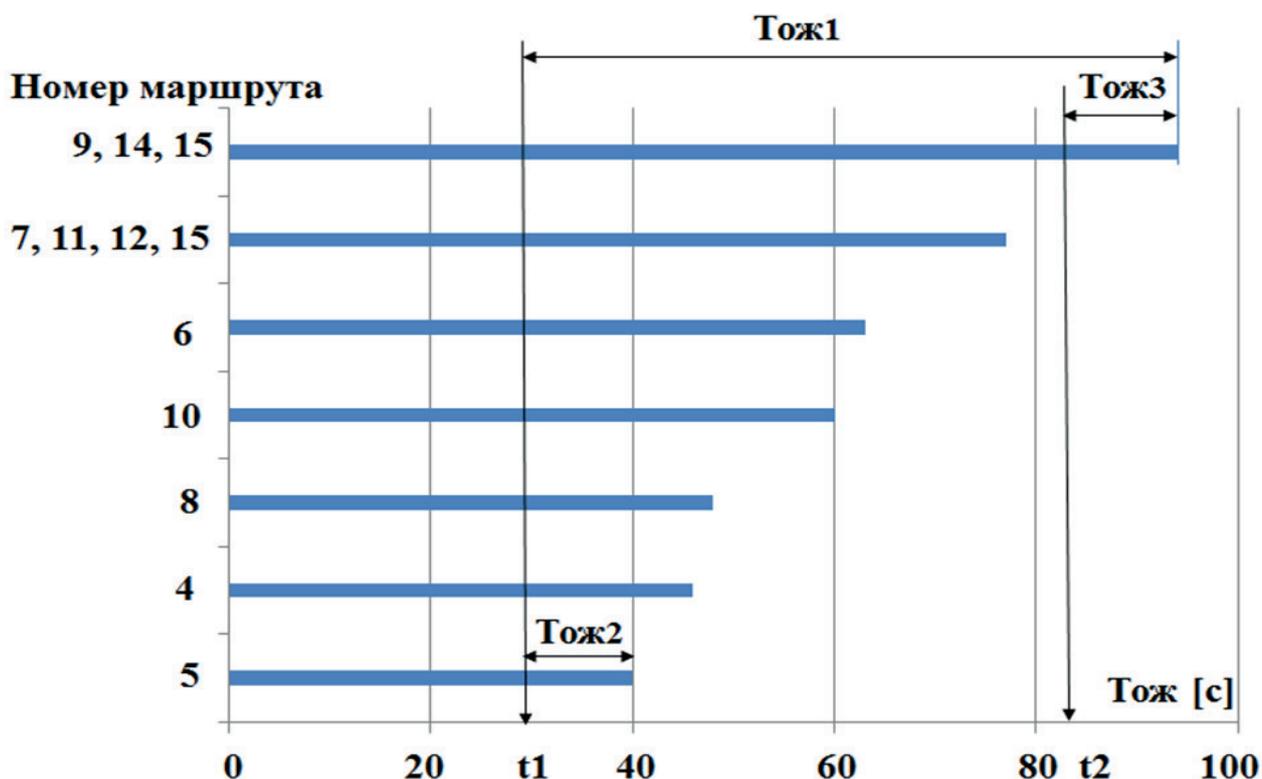


Рисунок 5. Временные интервалы для каждого маршрута движения кабины лифта

Аналогично, маршруты 7, 11, 12, 15 сгруппированы по количеству команд управления и вероятность появления любого маршрута из этой группы равна 0,25.

Вероятности появления в круговом рейсе остальных маршрутов передвижения кабины лифта равны между собой и в соответствии с таблицей 4 равны 0,0833...

Если пассажир появился на лестничной площадке первого этажа и в момент времени  $t_1$  нажал кнопку вызова кабины лифта и выполняется один из трех маршрутов (9, 14 или 15),

то время ожидания будет равно  $T_{ож1}$ , а если выполняется маршрут номер 5, время ожидания будет равно  $T_{ож2}$  причём  $T_{ож1} > T_{ож2}$ . Если пассажир нажал кнопку вызова кабины лифта в момент времени  $t_2$ , время ожидания будет равно  $T_{ож3}$ . В общем случае могут быть справедливы любые соотношения между  $T_{ож2}$  и  $T_{ож3}$ :  $T_{ож2} = T_{ож3}$  или  $T_{ож2} < T_{ож3}$  или  $T_{ож2} > T_{ож3}$ .

На рисунке 6 представлена упрощенная блок-схема алгоритма моделирования времени ожидания  $T_{ож}$  кабины лифта.

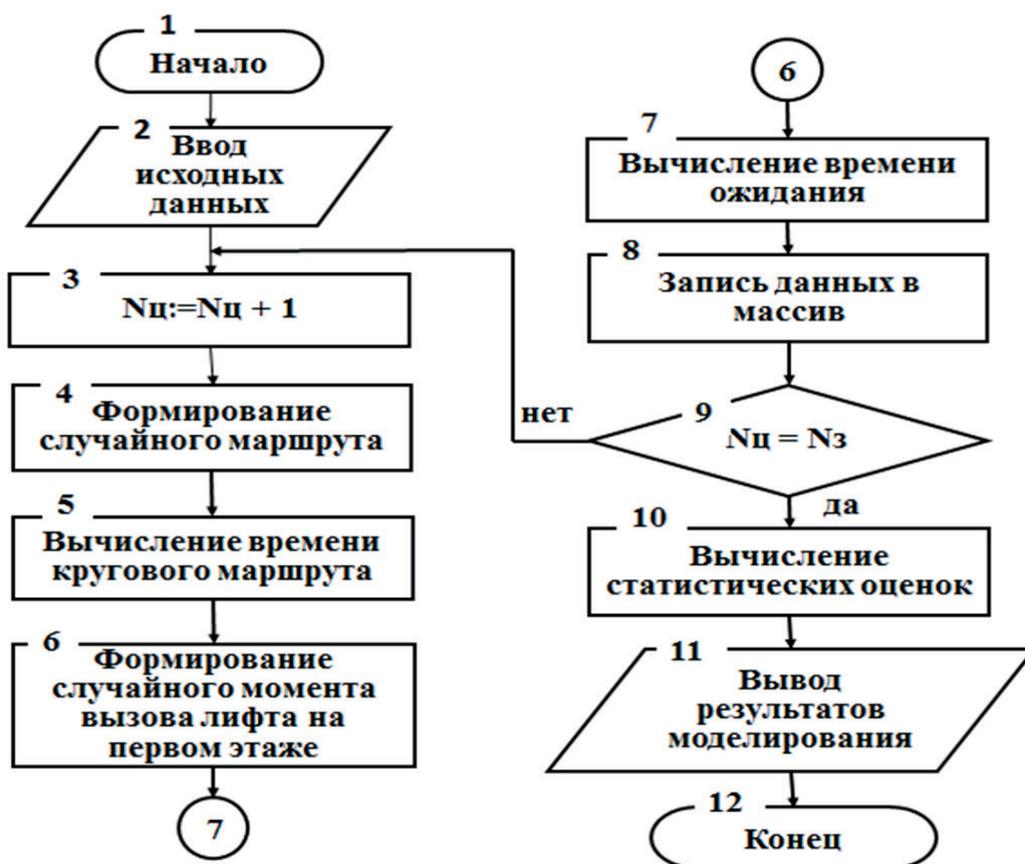


Рисунок 6. Упрощенная блок-схема алгоритма имитационного моделирования

В блоке 2 осуществляется ввод исходных данных:

$N_{ц}$  – количество циклов моделирования;

$T_{от}$  – время открытия двери кабины лифта [с];

$T_{ст}$  – время стоянки кабины лифта с открытой дверью [с];

$T_{зк}$  – время закрытия двери кабины лифта [с];

$T_{д1}$  – время движения кабины лифта при разгоне [с];

$T_{д2}$  – время движения кабины лифта между этажами без остановки [с];

$T_{д3}$  – время движения кабины лифта при торможении и остановке на этаже [с];

В блоке 3 осуществляется подсчет количества циклов моделирования  $N_{ц}$ .

В блоке 4 формируется случайный маршрут следования кабины лифта, соответствующий нажатым приказным кнопкам в кабине лифта и кнопкам вызова на этажных лифтовых площадках.

В блоке 5 вычисляется время кругового рейса по формулам, приведенным в колонке 2 таблицы 4.

В блоке 6 формируется случайный момент времени вызова кабины лифта на первый этаж, распределенный равномерно на интервале, вычисленного в блоке 5 времени кругового рейса.

В блоке 7 вычисляется время ожидания кабины лифта  $T_{ож}$  в соответствии с рисунком 5.

Далее, в блоке 8 осуществляется запись, полученного значений  $T_{ож}$  в цикле моделирования, в массив данных.

Если не выполняется условие блок 9, число циклов моделирования меньше заданного, то осуществляется следующий цикл моделирования.

При выполнении условия блока 9 в блоке 10 проводится статистическая обработка результатов моделирования, в блоке 11 осуществляется вывод результатов.

Результаты моделирования для здания с 3 этажами приведены на рисунке 7.

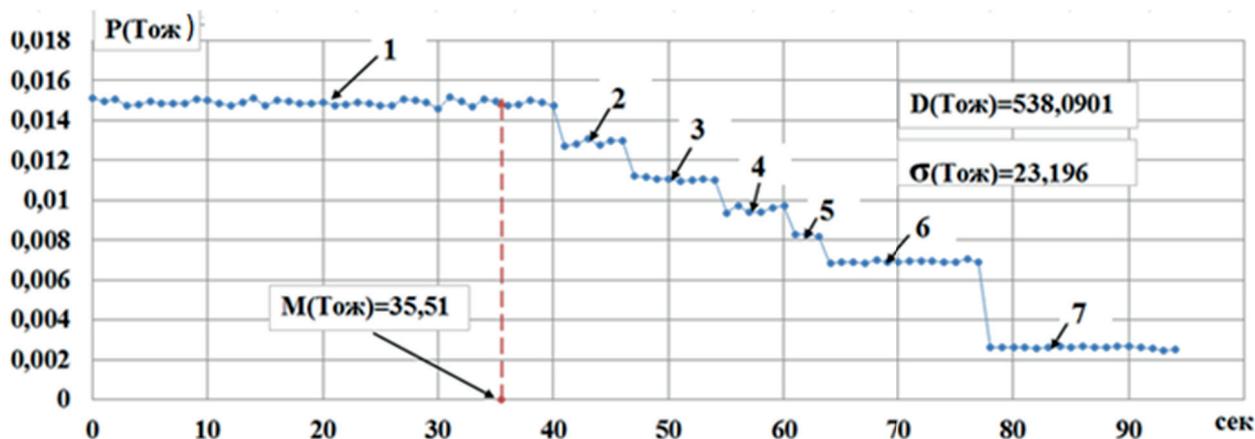


Рисунок 7. Многоугольник распределения вероятностей времени Тож ожидания кабины лифта для здания с 3 этажом

Количество циклов имитационного моделирования составило  $N_{ц} = 1000000$ . Математическое ожидание времени ожидания кабины лифта  $M(Toж) = 35,15... с.$ , дисперсия  $D(Toж) = 538,0901... с^2$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma(Toж) = 23,196... с.$

Ступенчатый характер многоугольника распределения случайной величины и равномерность распределения на отдельных временных интервалах Тож (рисунок 7) можно проиллюстрировать на примере, приведенном на рисунке 8.

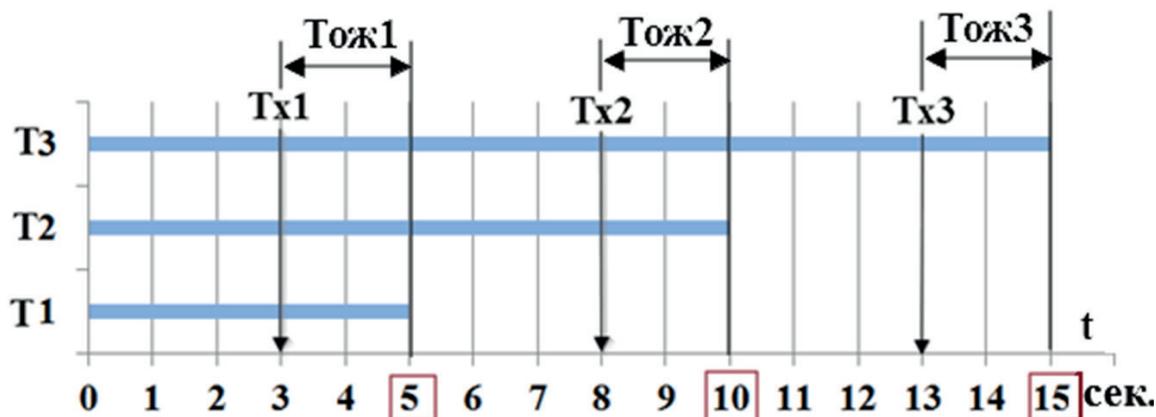


Рисунок 8. Диаграмма временных интервалов T1, T2, T3

Имеем три временных интервала:  $T1 = 5 с$ ,  $T2 = 10 с$ ,  $T3 = 15 с$ , появление которых распределено по равномерному закону с вероятностью равной  $1/3$ .

При появлении временного интервала  $T1 = 5 с$  и случайной дискретной величины  $Tx1$  (момент нажатия кнопки вызова на первом этаже), распределенной по равномерному закону в диапазоне от 0 с до 5 с (с дискретностью 1 с), если  $Tx1 = 3 с$  то разность временных интервалов  $Toж1 = T1 - Tx1 = 5 - 3 = 2 с$ , при  $Tx1 = 5 с$   $Toж1 = 0 с$ , а при  $Tx1 = 0 с$ ,  $Toж = 5 с$ .

При сочетании временных интервалов  $T2 = 10 с$  и  $Tx2 = 8 с$  имеем  $Toж2 = 2 с$ , если  $Tx2 = 10 с$ , то  $Toж2 = 0 с$ , а при  $Tx2 = 0 с$   $Toж2 = 10 с$ .

Аналогично можно записать для случая появления временного интервала  $T3 = 15 с$  при  $Tx3 = 13 с$   $Toж3 = 2 с$ , если  $Tx3 = 15 с$  то  $Toж3 = 0 с$ , а при  $Tx3 = 0 с$ ,  $Toж3 = 15 с$ .

Вычислим вероятности появления событий, при которых Тож лежит в диапазоне значений от 0 с до 5 с, в диапазоне от 6 с до 10 с, и в диапазоне от 11 с до 15 с.

При появлении любого из трех временных интервалов имеем:

Тож = Тож1 или Тож2 или Тож3, где Тож1 – обусловлено появлению временного интервала Т1, Тож2 – временного интервала Т2, Тож3 – временного интервала Т3.

В приведенном примере вероятность появления Тож1 в диапазоне от 0 с до 5 с  $P1(\text{Тож1})=1/6$ . Аналогично можно записать  $P2(\text{Тож2}) = 1/11$ ,  $P3(\text{Тож3}) = 1/16$ . Так как вероятность появления любого из трех временных интервалов равна  $1/3$ , вероятность того, что Тож будет лежать в диапазоне от 0 с до 5 с будет равна  $P0,5(\text{Тож}) = (1/6+1/11+1/16)/3 = 0,106691919\dots$

Аналогично можно рассчитать вероятность Тож, в диапазоне значений от 6 с до 10 с  $P6,10(\text{Тож}) = (1/11+1/16)/3 = 0,05113636363\dots$

Для Тож, в диапазоне от 11 с до 15 с имеем  $P11,15(\text{Тож}) = (1/16)/3 = 0,02083333\dots$

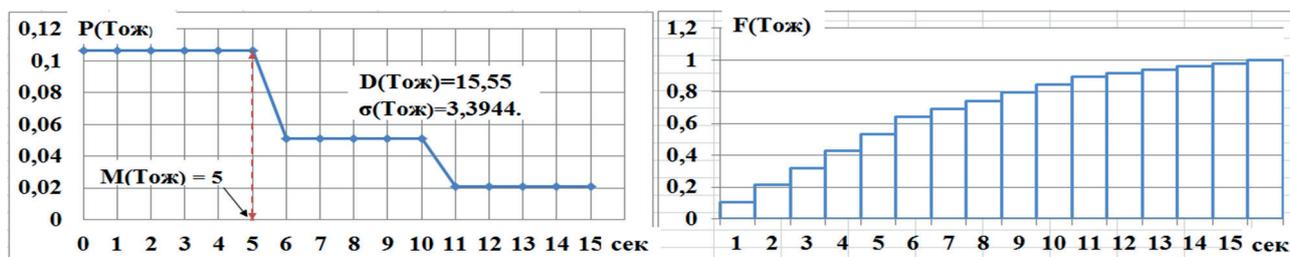


Рисунок 9. Многоугольник распределения вероятностей случайной дискретной случайной величины Тож и её функция распределения

В приведенном выше примере имеем три ступеньки, верхняя ступенька имеет ширину 5 с, поскольку она включает значение Тож=0, а ширина других ступенек равна 4 с.

Аналогично были проведены расчеты и имитационное моделирование для зданий с 4, 5... этажами, однако надо учитывать, что с появлением еще одного очередного этажа здания размерность задачи увеличивается в геометрической прогрессии. Общая формула для расчета возможных сочетаний двоичного кода

Математическое ожиданий  $M(\text{Тож})=5$  с, дисперсия  $D(\text{Тож})=15,55\dots \text{с}^2$ , среднеквадратическое отклонение  $\sigma(\text{Тож})=3,944\dots \text{с}$ .

На рисунке 9 приведены многоугольник распределения и функция распределения вероятностей случайной дискретной величины Тож.

Полученные результаты согласуются с теорией вероятностей – сумма разностей двух независимых дискретных случайных величин, распределенных по равномерному закону, распределена по равномерному закону.

Количество ступенек равно количеству временных интервалов, а их ширина и высота зависят от соотношений между временными интервалами.

(таблица 2), сформированного в результате нажатия кнопок приказа в кабине лифта и кнопок вызова на этажах, выглядит следующим образом:  $C=4(n-1)$ , где  $n$  – этажность здания. Для здания с 3 этажами  $C3= 16$ , для здания с 4 этажами  $C4= 64$ , для здания с 5 этажами  $C5= 256$ .

На рисунках 10 и 11 приведены результаты моделирования для здания с 4 и 5 этажами.

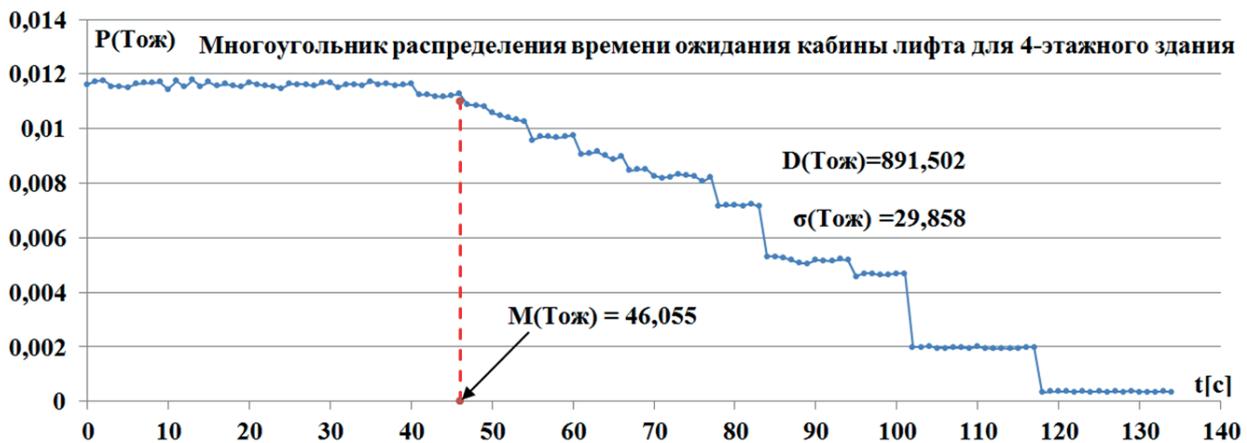


Рисунок 10. Многоугольник распределения Тож кабины лифта для здания с 4 этажами.

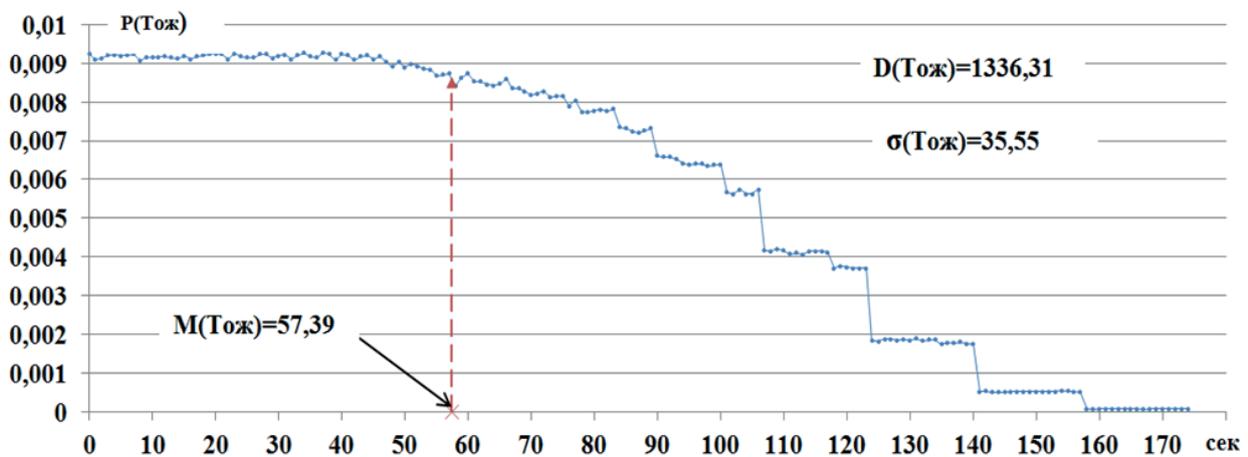


Рисунок 11. Многоугольник распределения Тож кабины лифта для здания с 5 этажами

### Заключение

Математическая модель работы лифта адекватно описывает процесс управления кабиной лифта. Адекватность математической модели проверена сопоставлением результатов расчета и имитационного моделирования.

Для многоэтажных жилых зданий с интенсивным пассажиропотоком управление движением кабины лифта осуществляется интеллектуальными микропроцессорными системами управления, число и параметры лифтов определяются методами математического моделирования.

Приведённая математическая модель может входить в состав математической модели комплексной системы управления группой лифтов высотных зданий.

С увеличением этажности здания математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение времени ожидания кабины лифта увеличиваются линейно.

Размерности задачи от количества этажей в здании возрастает по закону геометрической прогрессии.

Многоугольник распределения вероятностей времени ожидания  $P(T_{ож})$  носит ступенчатый характер и содержит временные интервалы, на которых распределение вероятностей  $T(ож)$  подчинены равномерному закону, что согласуется с теорией вероятностей.

**Список источников**

1. Зильберталь, А.Х. Трамвайное хозяйство (руководство для работников трамвая и учащихся). Ч.1.- М. – Л.: Гострансиздат, 1932. - с. 304 – Текст: непосредственный.
2. Блинкин М.Я. Модифицированная схема Зильберталя: анализ обобщение применение / М.Я. Блинкин, Г.А. Гуревич // Совершенствование перевозок пассажиров автомобильным транспортом: сб. тр. НИИАТ. – 1981. - №.5. – С. 16-32.
3. Оценка времени ожидания при различных способах организации движения транспортных средств на маршруте/ П.Ф. Горбачев, О.В. Макаричев, В.М. Чижик – Текст : непосредственный // Автомобильный транспорт, - 2013. вып. 33 – С. 82-86.
4. «Актуальные направления научных исследований XXI века: Теория и практика»: Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции 2014 г. № 4 часть 1 (9-1) / Чижик В. М. Расчет времени ожидания пассажиров при неравномерной динамике движения городского транспорта.

MATHEMATICAL MODEL OF PASSENGER ELEVATOR OPERATION TO DETERMINE  
TRANSPORTATION COMFORT INDICATORS

Lyzlov S.S.<sup>1</sup>, Uvarov S.S.<sup>1</sup>, Katina M.V.<sup>1</sup>, Orlova D.I.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Russian University of Transport.

<sup>2</sup> Joint Stock Company «Compass»

**Abstract:** the article formalizes the process of movement of an elevator car for a particular case in a building with one elevator, which can be used to create algorithms for controlling a group of elevators for high-rise buildings. A mathematical model has been developed, and the results of calculations and simulation modeling of elevator car waiting time are presented. Probabilistic characteristics have been obtained to assess the degree of comfort of passenger service.

**Keywords:** vertical transport systems, mathematical model of elevator car movement, simulation results, probabilistic characteristics.

© Lyzlov S.S., Uvarov S.S., Katina M.V., Orlova D.I.

Received 21.04.2024, approved 15.05.2024, accepted for publication 15.05.2024.

For citation:

Lyzlov S.S., Uvarov S.S., Katina M.V., Orlova D.I. Mathematical model of passenger elevator operation to determine transportation comfort indicators. Logistics and Supply Chain Management. 2024. Vol 21, Iss 1 (110). pp. 36-51.

Lyzlov S.S., Ph.D., Associate Professor of the Department of Management and Information Security, RUT (MIIT), postmain@mail.ru.

Uvarov S.S., Ph.D., Associate Professor of the Department of Information Management and Security, RUT (MIIT), uvarovss@yandex.ru.

Katina M.V., senior lecturer at the Department of Information Management and Security, RUT (MIIT), fetida01@gmail.com.

Orlova D.I., programmer, joint-stock company “Compass”, orlova.daria@mail.ru.

---

---

## References

1. Zilbertal, A.Kh. Tram management (a guide for tram workers and students). Part 1. - M. - L.: Gotransizdat, 1932. - p. 304 – Text: direct.
2. Blinkin M.Ya. Modified Silbertal scheme: analysis, generalization, application / M.Ya. Blinkin, G.A. Gurevich // Improving the transportation of passengers by road: collection of articles. tr. NIIAT. – 1981. - No.5. – P. 16-32.
3. Estimation of waiting time for various methods of organizing the movement of vehicles on the route / P.F. Gorbachev, O.V. Makarichev, V.M. Chizhik – Text: direct // Automobile transport, - 2013. issue. 33 – pp. 82-86.
4. “Current directions of scientific research of the XXI century: Theory and practice”: Collection of scientific papers based on the materials of the international correspondence scientific and practical conference 2014 No. 4 part 1 (9-1) / Chizhik V. M. Calculation of the waiting time of passengers with uneven dynamics of urban transport.